

透地雷達數據之S轉換時頻譜解析

Time-frequency analysis of GPR data using S-transform

賴以平¹ 陳志松¹ 羅健航¹ 黎逸偉¹ 余竝旻² 鄭懌^{1,3}

1 國立台灣師範大學地球科學研究所

2 台北市立介壽國中

3 論文聯絡人 E-mail: geofv001@ntnu.edu.tw

摘要

S轉換(S-transform)為連續小波轉換(CWT)的延伸，其中較不同的是S轉換定義一特殊母波，以傅立葉轉換為基礎，使用高斯視窗(Gaussian window)為基底函數來回移動，進行多尺度的分析，在時間域和頻率域中較能表現信號的局部特徵。應用於非穩態信號時，相較其他幾類同為傅立葉轉換基礎之時頻譜分析法，S轉換有較佳之解析能力。

本研究以透地雷達數據為例，進行S轉換之分析與其他方法之比較。一般商用透地雷達資料處理軟體在信號增強上都是使用傅立葉轉換為基礎的濾波器。因此需先了解信號的頻率分佈情況後，才能選取適當的頻帶進行濾波。然而，傅立葉轉換屬於全域性的分析，無法顯示信號在特定時間上的頻率特質。因此傅立葉轉換使用在平穩的信號上雖有其實用性，但是若使用在非穩態的信號上則無法了解信號能量的時變性。眾所皆知的是，野外信號皆為非穩態信號。本研究結果顯示：S轉換之時頻譜分析，運用在透地雷達的淺層信號處理上，相較其它的信號轉換方法，在解析度上有明顯的進步，可應用在濾波器設計及相關之資料處理上。

理論基礎

S 轉換首先是由 Stockwell 等人(1996)所提出，彼等以一特殊的母波(mother wavelet)做小波轉換後再校正相位，該特殊母波其實並不滿足小波零均值(zero mean)的條件，因此並非真正的小波轉換。但乘上相位因子後，卻能巧妙的與傅立葉轉換結合。S 轉換中的弦波調制項(modulating sinusoids)對時間軸固定，而靠高斯視窗的移動(translates)和延伸(dilates)獲得小波轉換的效果。所以 S 轉換具有小波轉換所缺少的可逆性，又可利用快速傅立葉轉換(FFT)的方法運算，且維持與傅立葉波譜的相關性。S 轉換以高斯視窗為基底函數來回移動，可以分析時頻域特質，雖然直接和傅立葉頻譜相關，但是 S 轉換的優點是它局部化的高斯視窗可以將信號詳細轉換，更提高了在頻率域的解析度。

數學模式

任一函數 $h(t)$ 其 S 轉換 $s(\tau, f)$ 如下：

$$s(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \left\{ \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \times \exp\left[\frac{-f^2 (\tau-t)^2}{2} \right] \exp(-2\pi i f t) \right\} dt$$

其中

$\frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \times \exp\left[\frac{-f^2(\tau-t)^2}{2}\right]$ 定義為母波； $\exp(-2\pi if t)$ 為相位因子(Stockwell et al., 1996)。

模型與野外資料解釋

一、模擬信號測試及解釋

模擬信號依序為 20Hz, 5Hz, 30Hz 之正弦函數時間序列(圖一 (a))，設定其採樣間距為 0.01 秒，當時間一秒後則轉換另一頻率的正弦函數。將模擬信號分別以傅立葉轉換(圖一 (b))、S 轉換(圖二 (a))、及短視窗傅利葉轉換(圖二 (b))分析。

傅立葉轉換結果僅能得到成份波的頻率，無法看出能量密度及時間分布。以 S 轉換分析的時頻譜，可看出在時間序列 0-1 秒間，有高能量分佈於 20Hz 頻率區；在 1-2 秒間有高能量分佈於 5Hz 的頻率區；2-3 秒間，可看出高能量主要分佈於 30Hz 的頻率區。各區之能量密度與模擬信號吻合。短視窗傅立葉時頻譜，亦能清楚辨識出成份波的時間分布，但無法顯示正確的能量密度。且邊界效應太強，降低邊界處的解析度。

二、透地雷達測勘位址與參數

師大公館校區歐洲公園，有一已知埋藏位置，頂部深度90公分、長100公分、寬40公分、高35公分，由紅磚堆砌外圍，內填砂土之模型。本研究於埋設模型上方取3×3公尺之範圍以400MHz天線的透地雷達進行測勘，測線間格0.25公尺共13條。取樣時間為60nS，取樣數為512點，相對介電常數為8。

三、資料解釋

以第八條單一測線之 251 條跡線(trace)為例進行時頻譜分析，結果分別用 S 轉換時頻分析方法(圖四 (a))，及短視窗傅立葉時頻分析(圖四 (b))比較。以 S 轉換分析的時頻譜，可看出在時間為 8ns 處有一約 480MHz 明顯信號區，在 20ns 處、35ns 處、及 50ns 處皆有一些較弱的能量分佈，分別為 800MHz、1300MHz、及 1000MHz。時間序列之頭及尾皆有高頻的邊界效應。而短視窗傅立葉時頻譜中，可看出在時間序列 5ns~10ns 間有信號以諧和波分佈，其他時間序列上的信號，因為邊界作用及能量滲漏(leakage)，所以與 S 轉換的時頻譜相較之下較不清晰。傅立葉轉換的頻譜分析圖(圖三 (b))，僅能看出在 480MHz 為能量最大的頻率。

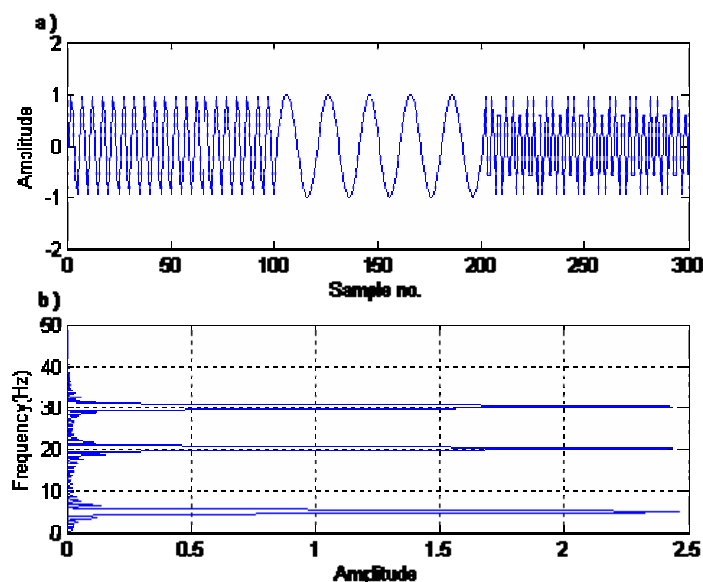
結論

研究結果顯示，短視窗傅立葉轉換在分析平穩的模擬信號時，有較佳的頻率解析度，但無法分辨能量密度。S 轉換則正確的反應出能量密度，且邊界作用較小。在實際的透地雷達野外信號分析上，S 轉換分析的時頻譜圖，則明顯優於短視窗傅立葉轉換；除了將一些次要的信號完全顯示外，在頻率解析度上也有明顯的進步。目前 S 轉換分析在地球物理的運用上屬較新的頻譜分析方法，有助於高解析度濾波器設計(Schimmel and Gallart, 2005)，其他方面還有許多值得探究的空間和應用。

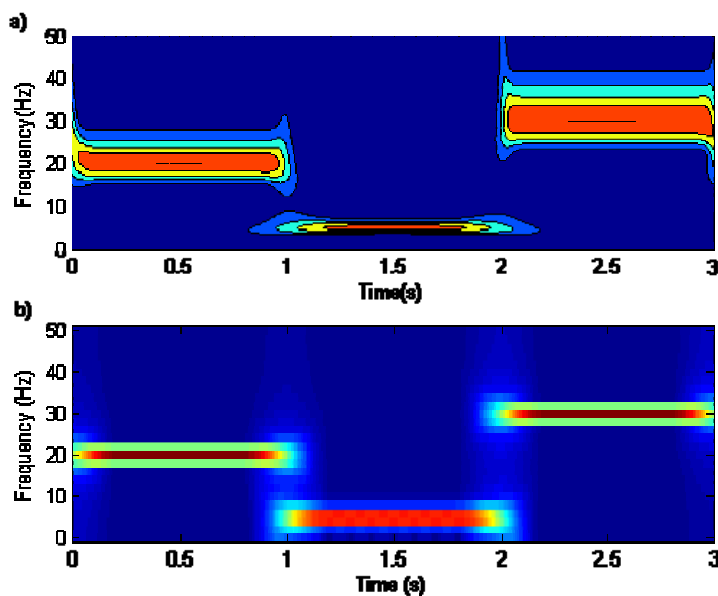
參考文獻

R. G. Stockwell, L. Mansinha and R. P. Lowe APRIL, 1996, "Localization of the Complex Spectrum: The S Transform." IEEE Trans on Signal Processing, vol. **44**, No. 4, pp. 998-1001

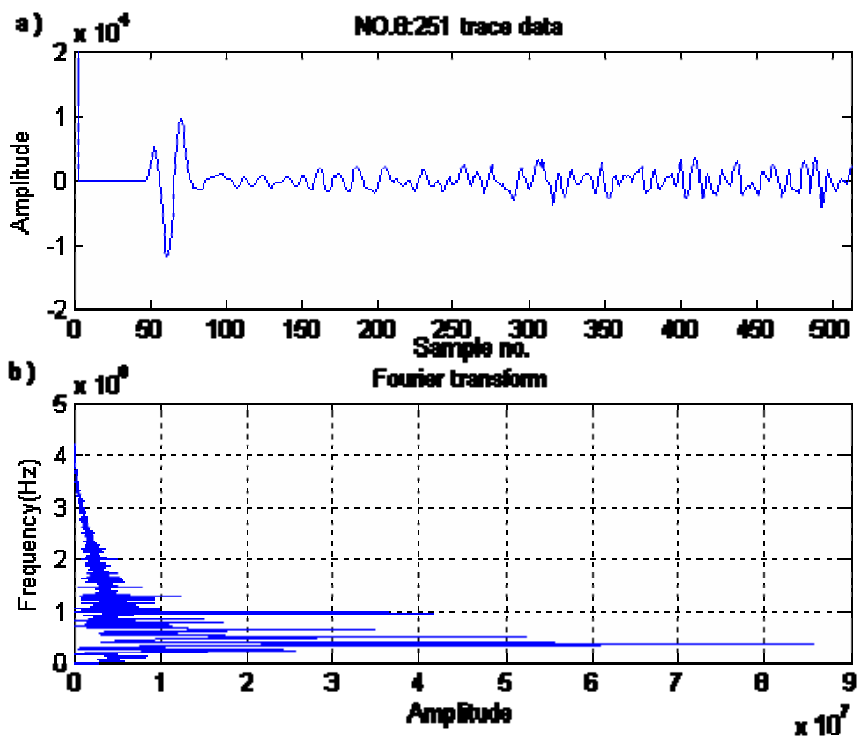
M. Schimmel and J. Gallart, 2005, "The Inverse S-Transform in Filters With Time-Frequency Localization" IEEE Trans on Signal Processing, vol. **53**, No. 11, pp. 4417-4422



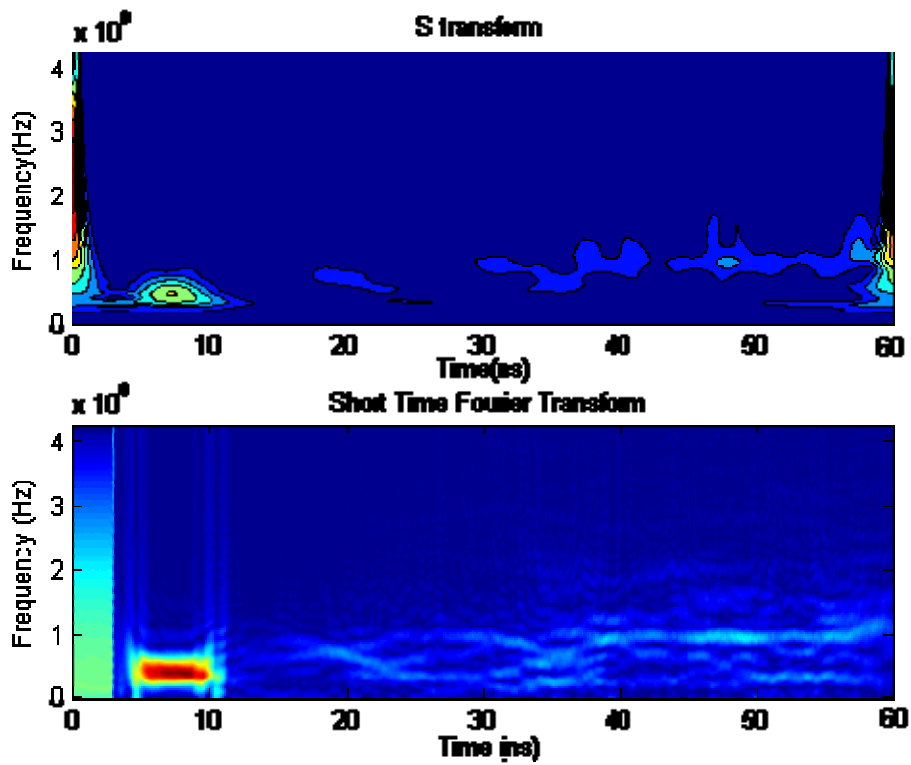
圖一 (a)模擬信號的時間振幅圖，由左至右分別為 20Hz, 5Hz, 及30Hz之正弦波時間序列。(b) 以Fourier transform分析(a)模擬信號結果。



圖二 (a)S 轉換分析模擬信號的結果。(b)短視窗傅立葉轉換分析模擬信號的結果



圖三 (a)第八條測線之 251 條跡線的時間振幅圖。(b)傅立葉轉換圖。



圖四 (a)第八條測線之 251 條跡線信號 S 轉換圖。(b)短視窗傅立葉轉換圖。