

三維平面回歸分析圖在氩氩定年法之應用

Application of Isotope Abundance Diagrams in $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ Geochronology

吳捷瑜；羅清華
國立臺灣大學地質科學研究所

摘要

氩氩定年法分析氩同位素 ^{36}Ar 、 ^{39}Ar 、 ^{40}Ar 三者的關係可以用平面關係式表示： $^{40}\text{Ar} = \alpha^{36}\text{Ar} + \beta^{39}\text{Ar}$ ，每個觀測值為三維座標系統($x = ^{36}\text{Ar}$, $y = ^{39}\text{Ar}$, $z = ^{40}\text{Ar}$)上的一個點，在考慮所有觀測點的變異數與相關係數為已知，且誤差的機率分布是屬於在高斯誤差分布或是常態誤差分布的情況下，可以依照標準的統計模型—最大概似法估計三維平面的回歸係數與標準誤差…等回歸參數，並以牛頓羅夫森法 (Newton-Raphson Method) 做回歸參數的最佳化，最後再使用 MSWD (Mean Square Weighted Deviate) 作回歸適合度的檢測，以找出最佳化的擬合回歸平面，求得最正確的同位素初始值與年代參數，進一步求得年代值 (Kent et al., 1990)。所以，坐落在相同平面上的點群，則代表擁有相同的年代與同位素初始值。

本工作成功完成一套兼顧視覺與計算之 Matlab 程式，處理三維平面回歸計算。Matlab 程式允許處理矩陣代數的數值運算，由於矩陣代數可以透過較為精簡的程式語言來表達廣大的聯立方程組與資料陣列，並且可以建立圖形用戶介面 (GUI)(圖一)，方便使用者繪製三維同位素含量圖、計算年代與年代誤差。

有別於二維同位素對比圖分析法處理含有三個變數值時所進行的投影技術與計算參數誤差之煩瑣，使用三維同位素含量分布圖分析方法，允許明顯呈現數值間之空間關係與計算誤差之精確化，並可對同位素分析、了解礦物岩石標本內部的不同氩同位素之分布情況，分辨不同氩同位素系統的儲存體成份，與了解樣品內放射源氩同位素成份和非放射源氩同位素成份的變異。換句話說，對於利用同位素分析探討歷史複雜岩體的研究工作，提供一項有利的解析方法。

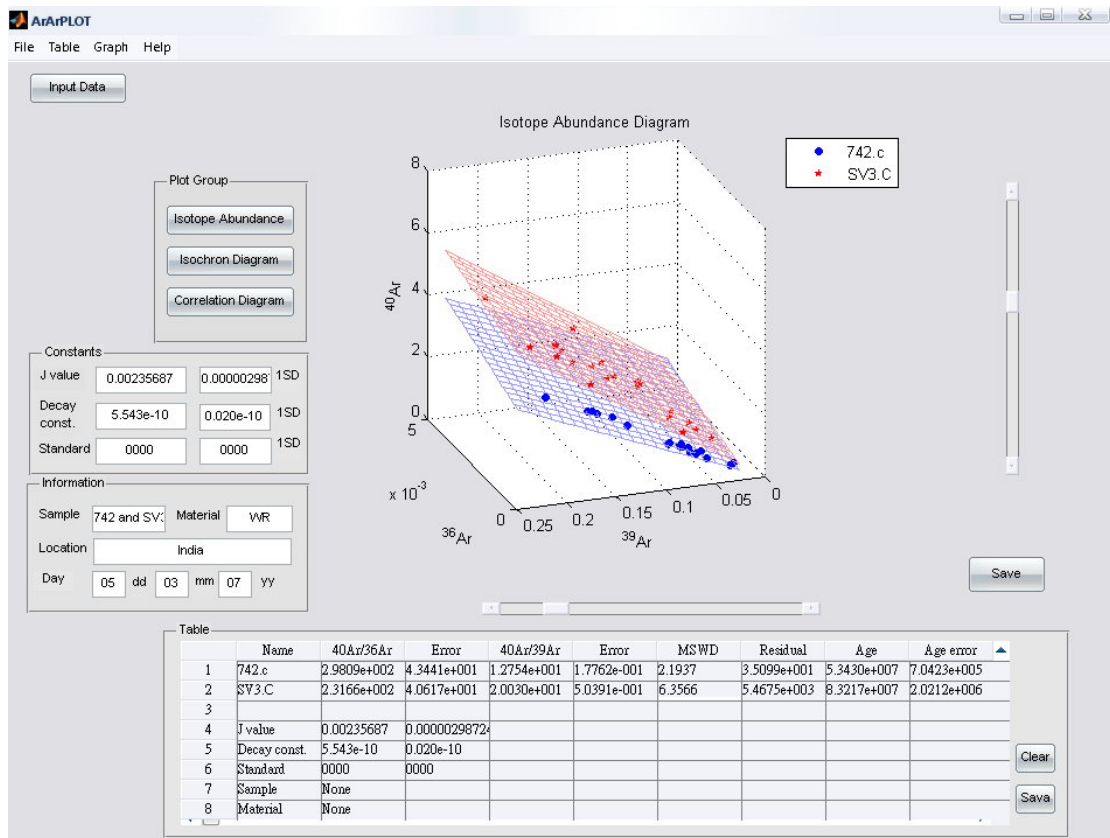
前言

同位素資料的解釋與作圖方法有許多種，其中，等時線圖(isochron plot)是估計年代最為常用的方法 (York, 1967, 1969; Mahon et al., 1996; Kopper et al., 2002)，許多同位素定年法都會使用等時線圖估計年代，例如：氩氩法、鉀鋁法、鈾釷法、鈾鉛法等。習慣上，所有的等時線作圖法都是將子同位素量與穩定同位素的比值放置於座標縱軸、剩餘母同位素量與穩定同位素的比值放置於座標橫軸，將資料點作直線最佳擬合，而直線的斜率值套入年代公式則可以求出年代值。所以線性回歸的截距與斜率常是提供年代參數和同位素初始值的方法，或是用來窺探其他複雜環境因子的存在。還有其他依照等時線圖概念的延伸作圖法，利用不同同位素的比率分析做不同的轉換，例如：氩氩定年法的反等時線圖 (inverse isochron plot or correction isochron plot)，僅將橫座標或縱座標的分母部分由穩定同位素(^{36}Ar)換成不穩定同位素(^{39}Ar 或 ^{40}Ar)。這些二維等時線法之分析工作，常需要將三個變數簡化成兩個同位素比之變數值，加以處理，其中涉及到將空間分布之三維變數簡化為二維平面作圖之投影，此種投影過程常容易降低作圖之解析度；同時，在考慮二維同位素比值之誤差值，也因為變數誤差值間之關連性，運算過程常需要簡化假設，容易影響誤差計算值之準確度。

不同的作圖法常可以提供資料的再檢驗與探討氬氣放氣的過程，了解樣品內放射源與環境源氬同位素成份的變異，甚至發現其他變異因子之存在。因此，等時線的線性回歸或是混合線的擬合，是地質事件一項很好的解析工具。然而，本研究想嘗試以三維的同位素含量分佈圖，透過擬合平面，重新檢測資料點分布情況，來分辨不同氬同位素系統的儲存體(reservoir)，試圖得到與以往二維分析圖不同的解讀方法。

參考書目

- Kent, J.T., G.S. Watson and T.C. Onstott, 1990: Fitting straight lines and planes with an application to radiometric dating, *Earth and Planetary Science Letters*, **97**, 1–17.
- Koppers, A.P., 2002: ArArCALC–software for $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ age calculations, *Computers & Geosciences*, **28**, 605–619.
- Mahon, K.I., 1996: The new "York" regression: Application of an improved statistical method to geochemistry, *International Geology Review*, **38**, 293–303.
- York, D., 1967: The best isochron, *Earth and Planetary Science Letters*, **2**, 479– 482.
- York, D., 1969: Least squares fitting of a straight line with correlated errors, *Earth and Planetary Science Letters*, **5**, 320–324.



圖一 ArArPLOT 圖形用戶介面主視窗